

Laboratorio de Informática

8 de Marzo de 2012

Ejercicio 1. Se pueden calcular números combinatorios mediante la siguiente fórmula recursiva:

$$\begin{aligned}\binom{n}{n} &= 1 \\ \binom{n}{0} &= 1 \\ \binom{n}{m} &= \binom{n-1}{m} + \binom{n-1}{m-1} \quad \text{para } n > m\end{aligned}$$

Se pide:

1. Implementar una función recursiva `comb` que, dados dos números enteros n y m , devuelva el valor de $\binom{n}{m}$. Ejemplos de ejecución en el intérprete de Python:

```
>>> comb(4,0)
1
>>> comb(4,3)
4
>>> comb(5,3)
10
```

2. Utilizando la función `comb`, realizar un programa que reciba un número n de teclado, e imprima los valores de $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \dots, \binom{n}{n}$. Por ejemplo:

```
Introduzca el valor de n: 6
comb(6,0) = 1
comb(6,1) = 6
comb(6,2) = 15
comb(6,3) = 20
comb(6,4) = 15
comb(6,5) = 6
comb(6,6) = 1
```

Ejercicio 2. El valor de $\binom{n}{m}$ indica el número de subconjuntos de m elementos que pueden tomarse a partir del conjunto $\{1, 2, \dots, n\}$. Se pide una función `subconjuntos` que devuelva estos subconjuntos como una lista de listas. Ejemplo:

```
>>> subconjuntos(4,2)
[[1, 2], [1, 3], [1, 4], [2, 3], [2, 4], [3, 4]]
>>> subconjuntos(4,3)
[[1, 2, 3], [1, 2, 4], [1, 3, 4], [2, 3, 4]]
```

Para ello:

1. Implementar una función `anade_elemento(x, ls)` que, dada una lista de listas `ls`, inserte el valor de `x` en cada una de las listas internas. Por ejemplo:

```
>>> anade_elemento(4, [[1,2], [3,5]])
[[1, 2, 4], [3, 5, 4]]
>>> anade_elemento(4, [[]])
[[4]]
>>> anade_elemento(4, [])
[]
```

2. Supongamos que queremos obtener los subconjuntos de m elementos tomados de $\{1, \dots, n\}$. Podemos proceder del siguiente modo:

- a) Sea X la lista con todos los subconjuntos de $m - 1$ elementos tomados del conjunto $\{1, \dots, n - 1\}$.
- b) Sea Y la lista con todos los subconjuntos de m elementos tomados del conjunto $\{1, \dots, n - 1\}$.
- c) Cada lista de X tiene $m - 1$ elementos, y ninguna de ellas contiene a n . Añadimos n a cada una de las listas contenidas en X , obteniendo Z como resultado.
- d) La unión de Y y Z contiene la lista de listas buscada.

Por ejemplo, supongamos que queremos hallar los subconjuntos de 3 elementos tomados del conjunto $\{1 \dots 5\}$:

- a) Calculamos los subconjuntos de 2 elementos tomados de $\{1 \dots 4\}$:
[[1,2], [1,3], [1,4], [2,3], [2,4], [3,4]]
- b) Calculamos los subconjuntos de 3 elementos tomados de $\{1 \dots 4\}$:
[[1,2,3], [1,2,4], [1,3,4], [2,3,4]]
- c) Añadimos el número 5 a cada elemento del paso (a):
[[1,2,5], [1,3,5], [1,4,5], [2,3,5], [2,4,5], [3,4,5]]
- d) Por último, reunimos las listas obtenidas en (b) y (c):
[[1,2,3], [1,2,4], [1,3,4], [2,3,4], [1,2,5], [1,3,5], [1,4,5], [2,3,5], [2,4,5], [3,4,5]]